

Errata do książki :

„Geometria trójkąta”

ISBN: 9788364660962

wydanie: 2021

Strony 188 oraz 189:

Wystąpiły trzy błędy składu, które przedstawione są za pomocą czerwonych znaczników. Kolejno umieszczamy widok strony z błędem, a później widok strony bez błędów:

188 Geometria trójkąta

I tak $\frac{S}{p-a} + \frac{S}{p-b} = S \frac{2p-(a+b)}{(p-a)(p-b)} = \frac{S \cdot c}{(p-a)(p-b)}$.

Z kolei

$$\begin{aligned} (p-a)(p-b) &= \left(\frac{a+b+c}{2} - a\right) \left(\frac{a+b+c}{2} - b\right) = \frac{b+c-a}{2} \cdot \frac{a+c-b}{2} = \\ &= \frac{c+(b-a)}{2} \cdot \frac{c-(b-a)}{2} = \frac{c^2 - (b-a)^2}{4} = \frac{c^2 - (a^2 + b^2) + 2ab}{4} \end{aligned}$$

←

Trójkąt jest prostokątny, więc

$$c^2 - (a^2 + b^2) = 0 \quad \text{i} \quad \frac{c^2 - (a^2 + b^2) + 2ab}{4} = \frac{ab}{2} = S$$

Zatem

$$\frac{c \cdot S}{(p-a)(p-b)} = c.$$

Z drugiej strony $r_b \cdot r_c = \frac{S^2}{(p-b) \cdot (p-c)} = \frac{S^2}{S} = S = \frac{ab}{2}$, bo trójkąt jest prostokątny, co kończy rozwiązanie.

Zadanie 1. 10.
Rozważmy prawą stronę równości przedstawionej w zadaniu

$$S = \frac{a \cdot r_c}{r_b + r_c}$$

i obliczmy osobno licznik i mianownik tego wyrażenia.

$$\begin{aligned} a \cdot r_b \cdot r_c &= a \cdot \frac{S}{p-b} \cdot \frac{S}{p-c} = \frac{a \cdot S^2}{(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{a \cdot p \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}{(p-b)(p-c)} = a \cdot p(p-a) \end{aligned}$$

i $r_b + r_c = \frac{S}{p-b} + \frac{S}{p-c} = S \cdot \frac{2p-(b+c)}{(p-b)(p-c)} =$

$$= S \cdot \frac{(a+b+c)-(b+c)}{(p-b)(p-c)} = \frac{a \cdot S}{(p-b)(p-c)}.$$

$$\text{I tak } \frac{S}{p-a} + \frac{S}{p-b} = S \frac{2p-(a+b)}{(p-a)(p-b)} = \frac{S \cdot c}{(p-a)(p-b)}.$$

Z kolei

$$\begin{aligned} (p-a)(p-b) &= \left(\frac{a+b+c}{2} - a\right) \left(\frac{a+b+c}{2} - b\right) = \frac{b+c-a}{2} \cdot \frac{a+c-b}{2} = \\ &= \frac{c+(b-a)}{2} \cdot \frac{c-(b-a)}{2} = \frac{c^2 - (b-a)^2}{4} = \\ &= \frac{c^2 - (a^2 + b^2 - 2ab)}{4} = \frac{c^2 - (a^2 + b^2) + 2ab}{4}. \end{aligned}$$

Trójkąt jest prostokątny, więc

$$c^2 - (a^2 + b^2) = 0 \quad \text{i} \quad \frac{c^2 - (a^2 + b^2) + 2ab}{4} = \frac{ab}{2} = S$$

Zatem

$$\frac{c \cdot S}{(p-a)(p-b)} = c.$$

$$\text{Z drugiej strony } r_b \cdot r_c = \frac{S^2}{(p-b) \cdot (p-c)} = \frac{S^2}{S} = S = \frac{ab}{2}, \text{ bo trójkąt jest}$$

prostokątny, co kończy rozwiązanie.

Zadanie 1. 10.

Rozważmy prawą stronę równości przedstawionej w zadaniu

$$S = \frac{ar_b \cdot r_c}{r_b + r_c}$$

i obliczmy osobno licznik i mianownik tego wyrażenia.

$$\begin{aligned} a \cdot r_b \cdot r_c &= a \frac{S}{p-b} \cdot \frac{S}{p-c} = \frac{a \cdot S^2}{(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{a \cdot p \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}{(p-b)(p-c)} = a \cdot p(p-a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i } r_b + r_c &= \frac{S}{p-b} + \frac{S}{p-c} = S \cdot \frac{2p-(b+c)}{(p-b)(p-c)} = \\ &= S \cdot \frac{(a+b+c)-(b+c)}{(p-b)(p-c)} = \frac{a \cdot S}{(p-b)(p-c)}. \end{aligned}$$

Zatem

$$\frac{a \cdot r_b \cdot r_c}{r_b + r_c} = \frac{a \cdot p \cdot (p-a)}{a \cdot S} = \frac{a \cdot \cancel{p} \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}{a \cdot S} = \frac{a \cdot S^2}{a \cdot S} = S.$$

W rozwiązaniu wykorzystano wzór Herona $S = \sqrt{p \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}$.
c.n.d.

Zatem

$$\frac{a \cdot r_b \cdot r_c}{r_b + r_c} = \frac{a \cdot p \cdot (p-a)}{a \cdot S} = \frac{ap \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}{a \cdot S} = \frac{a \cdot S^2}{a \cdot S} = S.$$

W rozwiązaniu wykorzystano wzór Herona $S = \sqrt{p \cdot (p-a)(p-b)(p-c)}$.
c.n.d.

Za zaistniałe niedopatrzenie Wydawnictwo Aksjomat pragnie serdecznie przeprosić swoich Czytelników. Zapewniamy, że powyższe zmiany zostaną uwzględnione w kolejnym składzie książki.

Piotr Nodzyński